

2004

IPE MARCH 2023



Total No. of Questions : 15

Total No. of Printed Pages : 5

Reg. No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

MATHEMATICS
(Bridge Course) – II
Paper – II
(English Version)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

Note : Answer **ALL** the questions from Section – A and **ANY THREE** questions from Section – B.

SECTION – A

(10×3=30)

Note : (i) Answer **ALL** the questions.

(ii) **Each** question carries **THREE** marks.

1. If $(a + ib)^2 = x + iy$ find $x^2 + y^2$.
2. Find the maximum or minimum value of the expression $3x^2 + 4x + 1$.
3. If the product of the roots of the equation $4x^3 + 16x^2 - 9x - a = 0$, is 9 then find a.
4. Evaluate $\int \sec^2 x \operatorname{cosec}^2 x \, dx$.
5. Evaluate $\int \frac{(x+1)e^x}{\cos^2(xe^x)} \, dx$.
6. Evaluate $\int \frac{1}{x^2 - 9} \, dx$.
7. Find the length of the tangent from P(1, 3) to the circle $S = x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$.
8. If the eccentricity of the hyperbola is $\frac{5}{4}$, then find eccentricity of the conjugate hyperbola.
9. Find the mean deviation from the mean for the following data :
6, 7, 10, 12, 13, 4, 12, 16.
10. Find the probability of throwing a total score of 7 with 2 dice.

SECTION – B

(3×15=45)

Note : (i) Answer ANY THREE questions.

(ii) Each question carries FIFTEEN marks.

11. i) a) Resolve $\frac{2x+3}{(x+2)(2x+1)}$ into partial fractions.

b) If $(x-iy)^{1/3} = a-ib$, then show that $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 4(a^2 - b^2)$.

OR

ii) a) Find the relation between the roots and the coefficients of the equation $x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 6x - 21 = 0$.

b) If the 6 letters of the word PRISON are permitted in all possible ways and the words thus formed are arranged in dictionary order. Find the rank of the word 'PRISON'.

12. i) a) Evaluate $\int \sqrt{\frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x}} dx$.

b) Evaluate $\int_0^1 \frac{(\sin^{-1}x)^4}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

OR

ii) a) Evaluate $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{5+4\cos x} dx$.

b) Solve $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$.

13. i) a) Find the equation of the circle passing through the points (2, 1), (5, 5), (-6, 7).

b) If the angle between the circles $x^2 + y^2 - 12x - 6y + 41 = 0$ and $x^2 + y^2 + Kx + 6y - 59 = 0$ is 45° then find K.

OR

ii) a) Find the equations of the tangent and normal to the parabola $x^2 + 4x - y - 2 = 0$ at (1, 3).

b) Find the centre, eccentricity, coordinates of foci, length of the major axis, length of minor axis, length of latus rectum and equations of directrices of the ellipse $9x^2 + 25y^2 = 225$.

14. i) a) Find the mean deviation about the mean for the following data :

Marks obtained	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
No. of students	5	8	15	16	6

- b) Find the probability of drawing an ace or a spade from a well shuffled pack of 52 playing cards.

OR

- ii) a) A problem in calculus is given to two students A and B whose chances of solving it are $\frac{1}{3}$ and $\frac{1}{4}$ respectively. Find the probability of the problem being solved if both of them try independently.

- b) Find the mean deviation about the mean for the following distribution.

x_i	10	30	50	70	90
f_i	4	24	28	16	8

15. i) a) Resolve $\frac{5x+1}{(x-1)(x+2)}$ into partial fractions.

- b) Solve $y(1+x)dx + x(1+y)dy = 0$.

OR

- ii) a) Find the radical axis of the following pair of circles
 $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$ and $x^2 + y^2 + 4x + y = 0$.

- b) Find the mean deviation about the median of the following frequency distribution.

x_i	5	7	9	10	12	15
f_i	8	6	2	2	2	6

2004

(Telugu Version)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

సూచనలు : Section – A నుండి అన్నింటికీ మరియు Section – B నుండి ఏదైనా మూడు ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

SECTION – A

(10×3=30)

సూచనలు : (i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.
(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు.

1. $(a + ib)^2 = x + iy$ అయితే $x^2 + y^2$ విలువ కనుగొనుము.

2. $3x^2 + 4x + 1$ సమాసానికి గరిష్ఠ లేదా కనిష్ఠ విలువ కనుక్కోండి.

3. $4x^3 + 16x^2 - 9x - a = 0$ సమీకరణం మూలాల్లో లబ్ధం 9 అయితే a ను కనుక్కోండి.

4. $\int \sec^2 x \operatorname{cosec}^2 x \, dx$ ను గణించుము.

5. $\int \frac{(x+1)e^x}{\cos^2(xe^x)} \, dx$ ను గణించుము.

6. $\int \frac{1}{x^2 - 9} \, dx$ ను గణించుము.

7. బిందువు $P(1, 3)$ నుంచి $S = x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$ వృత్తానికి గీసిన స్పర్శరేఖ పొడవు కనుక్కోండి.

8. అతిపరావలయం ఉత్కేంద్రత $\frac{5}{4}$ అయితే దాని సరయుగ్మ అతి పరావలయం ఉత్కేంద్రత కనుక్కోండి.

9. దత్తాంశం 6, 7, 10, 12, 13, 4, 12, 16 నకు మధ్యమం నుండి మధ్యమ విచలనం కనుక్కోండి.

10. రెండు పాచికలతో మొత్తం స్కోరు 7 దొర్లించే సంభావ్యతను కనుక్కోండి.

SECTION - B

(3×15=45)

సూచనలు : (i) ఏవేని మూడు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు పదిహేను మార్కులు.

11. i) a) $\frac{2x+3}{(x+2)(2x+1)}$ ను పాక్షిక భిన్నాలుగా విడగొట్టుము.

b) $(x-iy)^{1/3} = a-ib$ అయితే $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 4(a^2 - b^2)$ అని చూపండి.

లేదా

ii) a) $x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 6x - 21 = 0$ సమీకరణం మూలాలకి, గుణకాలకి మధ్య సంబంధం కనుగొనుము.

b) PRISON పదంలోని అక్షరాలతో ఏర్పడే 6 అక్షరాల పదాలన్నింటినీ నిఘంటువులోని క్రమంలో అమరిస్తే (పునరావృతం లేకుండా) ఆ క్రమంలో PRISON పదం యొక్క కోటిని కనుక్కోండి.

12. i) a) $\int \sqrt{\frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x}} \, dx$ ను గణించుము.

b) $\int_0^1 \frac{(\sin^{-1}x)^4}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$ ను గణించుము.

లేదా

ii) a) $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{5+4\cos x} \, dx$ ను గణించుము.

b) $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ ను సాధించండి.

13. i) a) (2, 1), (5, 5), (-6, 7) బిందువుల గుండా పోయే వృత్త సమీకరణం కనుక్కోండి.
 b) $x^2 + y^2 - 12x - 6y + 41 = 0$, $x^2 + y^2 + Kx + 6y - 59 = 0$ వృత్తాల మధ్య కోణం 45° అయితే K విలువ కనుక్కోండి.

లేదా

- ii) a) $x^2 + 4x - y - 2 = 0$ పరావలయానికి (1, 3) బిందువు వద్ద స్పర్శరేఖ అభిలంబ రేఖల సమీకరణాలు కనుక్కోండి.
 b) $9x^2 + 25y^2 = 225$ దీర్ఘవృత్తానికి కేంద్రం, ఉత్కేంద్రత, నాభుల నిరుపకాలు, దీర్ఘాక్షం పొడవు, హ్రస్వాక్షం పొడవు, నాభిలంబం పొడవు, నియతరేఖల సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

14. i) a) క్రింది అవిచ్ఛిన్న విభాజనానికి మధ్యమం నుంచి మధ్య విచలనం కనుక్కోండి.

తెచ్చుకొన్న మార్కులు	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
విద్యార్థుల సంఖ్య	5	8	15	16	6

- b) బాగా కలిపిన 52 పేకముక్కల కట్ట నుంచి ఒక ముక్కను తీస్తే అది ఆసుగాని, ఇస్పీటు గాని అయ్యే సంభావ్యత ఎంత ?

లేదా

- ii) a) కలన గణితంలోని ఒక సమస్యను ఇద్దరు విద్యార్థులు A, B లకు ఇస్తే వారు సమస్యను సాధించే సంభావ్యతలు వరుసగా $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ వారిద్దరూ స్వతంత్రంగా సమస్యను సాధించడానికి ప్రయత్నిస్తే, ఆ సమస్యను సాధించగల సంభావ్యత ఎంత ?

- b) క్రింది విచ్ఛిన్న పౌనఃపున్య విభాజనానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనం కనుక్కోండి.

x_i	10	30	50	70	90
f_i	4	24	28	16	8

15. i) a) $\frac{5x+1}{(x-1)(x+2)}$ ను పాక్షిక భిన్నాలుగా విడగొట్టుము.

- b) $y(1+x) dx + x(1+y) dy = 0$ ఘ సాధించండి.

లేదా

- ii) a) $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$ మరియు $x^2 + y^2 + 4x + y = 0$ వృత్తాల మూలాక్షం సమీకరణం కనుక్కోండి.

- b) క్రింది విచ్ఛిన్న పౌనఃపున్య విభాజనానికి మధ్యగతం నుండి మధ్యమ విచలనం కనుక్కోండి.

x_i	5	7	9	10	12	15
f_i	8	6	2	2	2	6

2004

IPE MAY 2023



Total No. of Questions : 15

Total No. of Printed Pages : 5

Reg. No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

MATHEMATICS (Bridge Course) – II
Paper – II
(English Version)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

Note : Answer **ALL** the questions from Section – A and **ANY THREE** questions from Section – B.

SECTION – A

(10×3=30)

Note : (i) Answer **ALL** the questions.
(ii) **Each** question carries **THREE** marks.

1. Find the multiplicative inverse of $7 + 24i$.
2. Find a quadratic equation whose roots are 3 and -2 .
3. If α, β are the roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$ then find $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$.
4. Evaluate $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$.
5. Evaluate $\int \frac{\sin(\log x)}{x} dx$.
6. Evaluate $\int \frac{1}{x^2 + 25} dx$.
7. Find the centre and radius of the circle $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$.
8. If e and e' are the eccentricities of a hyperbola and its conjugate hyperbola, then prove that $\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = 1$.
9. Find the mean deviation from the median of the following data 6, 7, 10, 12, 13, 4, 12, 16.
10. Two dice are rolled. Find the probability that none of the dice shows the number 2.

SECTION – B

(3×15=45)

- Note :** (i) Answer **ANY THREE** questions.
(ii) **Each** question carries **FIFTEEN** marks.

11. i) a) Resolve $\frac{5x+1}{(x-1)(x+2)}$ into partial fraction.

b) If $(a + ib)^2 = x + iy$ find $x^2 + y^2$.

OR

ii) a) If 1, 2, 3, 4 are the roots of $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ then find the values of a, b, c, d.

b) Find the number of ways of forming a committee of 5 members out of 6 Indians, and 5 Americans so that always the Indians will be in majority in the committee.

12. i) a) Evaluate $\int x \log x \, dx$

b) Evaluate $\int_0^1 \frac{3x^2}{x^6 + 1} \, dx$.

OR

ii) a) Evaluate $\int_0^2 |1 - x| \, dx$.

b) Find the order and degree of the differential equation $\left[\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx} \right)^3 \right]^{6/5} = 6y$.

13. i) a) Find the equation of the circle passing through the points (3, 2), (3, 4), (1, 4).

b) Find the equation of radical axis of the pair of circles $x^2 + y^2 - 3x - 4y + 5 = 0$ and $3x^2 + 3y^2 - 7x + 8y + 11 = 0$.

OR

ii) a) Find the co-ordinates of the points on the parabola $y^2 = 16x$ whose focal distance is 5.

b) Find the equations of tangent to the ellipse $x^2 + 3y^2 = 4$ which are (i) Parallel to the line $x + 3y + 5 = 0$ and (ii) Perpendicular to the line $2x + y + 4 = 0$.

14. i) a) Find the mean deviation about the mean for the following data :

x_i	2	5	7	8	10	35
f_i	6	8	10	6	8	2

b) Let A and B be independent events with $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.5$. Find

(i) $P(A/B)$

(ii) $P(B/A)$

(iii) $P(A \cup B)$

OR

- ii) a) A problem in calculus is given to two students A and B whose chances of solving it are $\frac{1}{3}$ and $\frac{1}{4}$ respectively. Find the probability of the problem being solved if both of them try independently.

- b) Find the mean deviation about the median of the following frequency distributions.

x_i	5	7	9	10	12	15
f_i	8	6	2	2	2	6

15. i) a) Resolve $\frac{2x+3}{(x-1)^3}$ into partial fractions.

b) Solve $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$.

OR

- ii) a) Find the angle between the (circles) pair of circles $x^2 + y^2 + 4x + 8 = 0$ and $x^2 + y^2 - 16y - 8 = 0$.

- b) Find the variance and standard deviation of the following frequency distribution.

x_i	6	10	14	18	24	28	30
f_i	2	4	7	12	8	4	3

2004

(Telugu Version)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

సూచనలు : Section - A నుండి అన్నింటికీ మరియు Section - B నుండి ఏదైనా మూడు ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

SECTION - A

(10×3=30)

సూచనలు : (i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.
(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు మూడు మార్కులు.

- $7 + 24i$ సంకీర్ణ సంఖ్యకు గుణన విలోమాన్ని కనుక్కోండి.
- $3, -2$ మూలాలుగా గల వర్గ సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.
- $ax^2 + bx + c = 0$ సమీకరణం మూలాలు α, β అయితే $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$ కనుక్కోండి.

4. $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$ ను గణించండి.

5. $\int \frac{\sin(\log x)}{x} dx$ ను గణించండి.

6. $\int \frac{1}{x^2 + 25} dx$ ను గణించండి.

7. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ వృత్త కేంద్రం మరియు వ్యాసార్థాన్ని కనుక్కోండి.

8. ఒక అతిపరావలయం, సంయుక్త అతిపరావలయం ఉత్కేంద్రతలు వరుసగా e, e' అయితే $\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = 1$ అని చూపండి.

9. దత్తాంశం 6, 7, 10, 12, 13, 4, 12, 16 నకు మధ్యగతం నుండి మధ్యమ విచలనం కనుగొనుము.

10. రెండు పాచికలను దొర్లించారు. ఏ పాచిక 2 ను చూపని సందర్భానికి సంభావ్యత ఎంత ?

SECTION - B

(3×15=45)

సూచనలు : (i) ఏవేని మూడు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు పదిహేను మార్కులు.

11. i) a) $\frac{5x+1}{(x-1)(x+2)}$ ను పాక్షిక భిన్నాలుగా విడగొట్టండి.

b) $(a + ib)^2 = x + iy$ అయితే $x^2 + y^2$ విలువ కనుక్కోండి.

లేదా

ii) a) $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ సమీకరణం మూలాలు 1, 2, 3, 4 అయితే a, b, c, d విలువలు కనుక్కోండి.

b) ఆరుగురు భారతీయులు, అయిదుగురు అమెరికా దేశస్తుల నుంచి అయిదుగురు సభ్యులున్న కమిటీని, ఆ కమిటీలో భారతీయుల సంఖ్య పెద్దదిగా ఉండేలా ఎన్ని రకాలుగా ఎంచుకోవచ్చు ?

12. i) a) $\int x \log x dx$ ను గణించండి.

b) $\int_0^1 \frac{3x^2}{x^6 + 1} dx$ ను గణించండి.

లేదా

ii) a) $\int_0^2 |1-x| dx$ ను గణించండి.

b) $\left[\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx} \right)^3 \right]^{6/5} = 6y$. పరిమాణం, తరగతి కనుక్కోండి.

13. i) a) (3, 2), (3, 4), (1, 4) బిందువుల గుండా పోవు వృత్త సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.
 b) $x^2 + y^2 - 3x - 4y + 5 = 0$ మరియు $3x^2 + 3y^2 - 7x + 8y + 11 = 0$ వృత్తాల మూలాక్షం సమీకరణం కనుక్కోండి.

లేదా

- ii) a) $y^2 = 16x$ పరావలయం పై నాభి దూరం 5 గల బిందువుల నిరూపకాలు కనుక్కోండి.
 b) $x^2 + 3y^2 = 4$ దీర్ఘ వృత్తానికి (i) $x + 3y + 5 = 0$ సరళ రేఖకు సమాంతరంగా (ii) $2x + y + 4 = 0$ సరళరేఖకు లంబంగా ఉండే స్పర్శ రేఖల సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

14. i) a) కింది విభజనానికి మధ్యమం నుంచి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

x_i	2	5	7	8	10	35
f_i	6	8	10	6	8	2

- b) $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.5$ లో A, B లు స్వతంత్ర ఘటనలనుకొండి. అప్పుడు
 (i) $P(A/B)$ (ii) $P(B/A)$ (iii) $P(A \cup B)$ లను కనుక్కోండి.

లేదా

- ii) a) కలన గణితంలోని ఒక సమస్యను ఇద్దరు విద్యార్థులు A, B లకు ఇస్తే వారు సమస్యను సాధించే సంభావ్యతలు వరుసగా $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ వారిద్దరూ స్వతంత్రంగా సమస్యను సాధించడానికి ప్రయత్నిస్తే, ఆ సమస్యను సాధించగల సంభావ్యత ఎంత ?
 b) కింది విభజనానికి మధ్యగతం నుండి మధ్యమ విచలనాన్ని కనుక్కోండి.

x_i	5	7	9	10	12	15
f_i	8	6	2	2	2	6

15. i) a) $\frac{2x+3}{(x-1)^3}$ ను పాక్షిక భిన్నాలుగా విడగొట్టండి.

b) $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$ సాధించండి.

లేదా

- ii) a) $x^2 + y^2 + 4x + 8 = 0$ మరియు $x^2 + y^2 - 16y - 8 = 0$ వృత్తాల మధ్యకోణం కనుక్కోండి.
 b) క్రింది విచ్చిన్న పౌనఃపున్య విభజనానికి విస్తృతి, ప్రామాణిక విచలనం కనుగొనుము.

x_i	6	10	14	18	24	28	30
f_i	2	4	7	12	8	4	3



Total No. of Questions : 15

Total No. of Printed Pages : 7

Reg. No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

MATHEMATICS (Bridge Course) – I
Paper – I
(English Version)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

Instructions : Answer **ALL** questions from Section – A and **THREE** questions from Section – B.

SECTION – A

(10×3=30)

Note : (i) Answer **ALL** the questions.
(ii) **Each** question carries **THREE** marks.

1. If $f = \{(1, 2), (2, -3), (3, 1)\}$ then find

i) $2f$ ii) f^2 iii) $f + 2$

2. If $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & k \end{pmatrix}$ and $A^2 = 0$ then find k .

3. Show that $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{2|x|}{x} + x + 1 \right) = 3$.

4. If $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ then prove that $f'(0) + 3f'(-1) = 0$.

5. Find the equation of Locus of a point P such that the distance of P from the origin is twice the distance of P from A(1, 2).

6. Find the value of P if the straight lines $x + P = 0$, $y + 2 = 0$ and $3x + 2y + 5 = 0$ are concurrent.

7. Find 'x' if the distance between (5, -1, 7) and (x, 5, 1) is 9 units.

8. If $\sin \theta = \frac{4}{5}$ and θ does not lie in the first quadrant then find the value of $\cos \theta$.

9. Find the value of $\sin^2 82\frac{1}{2}^\circ - \sin^2 22\frac{1}{2}^\circ$.

10. Prove that $(\cosh x + \sinh x)^n = \cosh nx + \sinh nx$.

SECTION B

(3×15=45)

Note : (i) Answer **ANY THREE** questions.
 (ii) **Each** question carries **FIFTEEN** marks.

11. i) a) Solve the following system of equations using matrix inversion method.
 $x - y + 3z = 5, 4x + 2y - z = 0, -x + 3y + z = 5$.

b) Find the area of the parallelogram whose diagonals are $3\bar{i} + \bar{j} - 2\bar{k}$ and $\bar{i} - 3\bar{j} + 4\bar{k}$.

OR

ii) a) Show that $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$.

b) Find the vector equation of the plane passing through the points $\bar{i} - 2\bar{j} + 5\bar{k}, -5\bar{j} - \bar{k}$ and $-3\bar{i} + 5\bar{j}$

12. i) a) Show that $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos ax - \cos bx}{x^2} & \text{if } x \neq 0 \\ \frac{1}{2}(b^2 - a^2) & \text{if } x = 0 \end{cases}$ where a and b are real constants, is continuous at 0.

b) Differentiate e^x with respect to \sqrt{x} .

OR

ii) a) If $y = \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{4x-4x^3}{1-6x^2+x^4}\right)$ then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$.

b) Find the equation of tangent and normal to the curves $x = \cos t$, $y = \sin t$ at $t = \frac{\pi}{4}$.

13. i) a) Find the circumcentre of the triangle whose vertices are $(-2, 3)$, $(2, -1)$ and $(4, 0)$.

b) Transform the equation $4x - 3y + 12 = 0$ into

a) Slope-intercept form

b) intercept form

OR

ii) a) Show that the two pairs of lines $3x^2 + 8xy - 3y^2 = 0$ and $3x^2 + 8xy - 3y^2 + 2x - 4y - 1 = 0$ form a square.

b) Show that the points $(2, 3, 5)$, $(-1, 5, -1)$ and $(4, -3, 2)$ form a right angled isosceles triangle.

14. i) a) Find the value of $\sin^2 \frac{\pi}{10} + \sin^2 \frac{4\pi}{10} + \sin^2 \frac{6\pi}{10} + \sin^2 \frac{9\pi}{10}$.

b) If $A + B + C = 180^\circ$ prove that $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$,

OR

ii) a) If $A + B = 45^\circ$ then prove that $(1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2$.

b) If $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$ then prove that $\cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2} \sin \theta$.

15. i) a) If $\vec{a} = 6\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ and $\vec{b} = 2\vec{i} - 9\vec{j} + 6\vec{k}$, then find the angle between the vectors \vec{a} and \vec{b} .

b) Find the angle between the curves $y^2 = 8x$, $4x^2 + y^2 = 32$.

OR

ii) a) A straight line through $Q(\sqrt{3}, 2)$ makes an angle of $\frac{\pi}{6}$ with x-axis in positive direction if the straight line intersects the line $\sqrt{3}x - 4y + 8 = 0$ at P. Find the distance PQ.

b) If $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ and $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ and $0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}$ then show that $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$.

1004

(Telugu Version)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

గమనిక : విభాగము - **A** నుండి అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయండి మరియు విభాగము - **B** నుండి మూడు ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయండి.

SECTION - A

(10×3=30)

సూచనలు : (i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.
(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు మూడు మార్కులు.

1. $f = \{(1, 2), (2, -3), (3, 1)\}$ అయితే

i) $2f$ ii) f^2 iii) $f + 2$ ను కనుక్కోండి.

2. $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & k \end{pmatrix}$ మరియు $A^2 = 0$ అయితే k ను కనుక్కోండి.

3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{2|x|}{x} + x + 1 \right) = 3$ అని చూపండి.

4. $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ అయితే $f'(0) + 3f'(-1) = 0$ అని నిరూపించండి.

5. మూల బిందువు నుంచి P దూరం, $A(1, 2)$ బిందువు నుంచి P దూరానికి రెట్టింపు అయితే బిందువు P పథ సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

6. $x + P = 0$, $y + 2 = 0$, $3x + 2y + 5 = 0$ సరళ రేఖలు అనుపక్తాలైతే P విలువను కనుక్కోండి.

7. $(5, -1, 7)$, $(x, 5, 1)$ ల మధ్య దూరం 9 యూనిట్లు అయితే 'x' ను కనుక్కోండి.

8. $\sin \theta = \frac{4}{5}$, θ మొదటి పాదంలో లేకపోతే $\cos \theta$ విలువను కనుక్కోండి.

9. $\sin^2 82\frac{1}{2} - \sin^2 22\frac{1}{2}$ విలువను కనుక్కోండి.

10. $(\cosh x + \sinh x)^n = \cosh nx + \sinh nx$ అని నిరూపించండి.

SECTION – B

(3×15=45)

సూచనలు : (i) ఏవేని మూడు ప్రశ్నలకు సహాధానములు వ్రాయుము.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు పదిహేను మార్కులు.

11. i) a) మాత్రిక విలోమ పద్ధతిని ఉపయోగించి $x - y + 3z = 5$, $4x + 2y - z = 0$, $-x + 3y + z = 5$ సమీకరణాలను సాధించండి.

b) $3\bar{i} + \bar{j} - 2\bar{k}$, $\bar{i} - 3\bar{j} + 4\bar{k}$ లు కర్ణాలుగా గల సమాంతర చతుర్భుజం వైశాల్యాన్ని కనుక్కోండి.

లేదా

ii) a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a - b)(b - c)(c - a)$ అని చూపండి.

b) $\bar{i} - 2\bar{j} + 5\bar{k}$, $-5\bar{j} - \bar{k}$, $-3\bar{i} + 5\bar{j}$ బిందువుల గుండా పోయే తలం సదిశా సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

12. i) a) a, b లు వాస్తవ స్థిరాంకాలు అయితే ప్రమేయం $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos ax - \cos bx}{x^2}, & x \neq 0 \text{ అయితే} \\ \frac{1}{2}(b^2 - a^2), & x = 0 \text{ అయితే} \end{cases}$

0 వద్ద అవిచ్ఛిన్నం అని చూపండి.

b) \sqrt{x} దృష్ట్యా e^x ను అవకలనం చేయండి.

లేదా

ii) a) $y = \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{4x-4x^3}{1-6x^2+x^4}\right)$ అయితే $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$

అని నిరూపించండి.

b) $x = \cos t, y = \sin t$ వక్రాలకు $t = \frac{\pi}{4}$ వద్ద స్పర్శరేఖ, అభిలంబరేఖల సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

13. i) a) $(-2, 3), (2, -1), (4, 0)$ లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజం పరికేంద్రం కనుక్కోండి.

b) $4x - 3y + 12 = 0$ సమీకరణాన్ని

a) వాలు అంతర ఖండ రూపం.

b) అంతర ఖండ రూపంలోకి మార్చండి.

లేదా

ii) a) $3x^2 + 8xy - 3y^2 = 0, 3x^2 + 8xy - 3y^2 + 2x - 4y - 1 = 0$ అనే రేఖా యుగ్మాలతో ఒక చతురస్రం ఏర్పడుతుందని నిరూపించండి.

b) $(2, 3, 5), (-1, 5, -1), (4, -3, 2)$ బిందువులు ఒక లంబకోణ సమద్విభాహు త్రిభుజాన్ని ఏర్పరుస్తాయని చూపండి.

14. i) a) $\sin^2 \frac{\pi}{10} + \sin^2 \frac{4\pi}{10} + \sin^2 \frac{6\pi}{10} + \sin^2 \frac{9\pi}{10}$ విలువ కనుక్కోండి.

b) $A + B + C = 180^\circ$ అయితే $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$ అని నిరూపించండి.

లేదా

ii) a) $A + B = 45^\circ$ అయితే $(1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2$ అని నిరూపించండి.

b) $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$ అయితే $\cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2} \sin \theta$ అని నిరూపించండి.

15. i) a) $\vec{a} = 6\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ మరియు $\vec{b} = 2\vec{i} - 9\vec{j} + 6\vec{k}$, అయితే \vec{a} మరియు \vec{b} సదిశల మధ్య కోణం కనుక్కోండి.

b) $y^2 = 8x$, $4x^2 + y^2 = 32$ వక్రాల మధ్య కోణం కనుక్కోండి.

లేదా

ii) a) ఒక సరళ రేఖ $Q(\sqrt{3}, 2)$ గుండా పోతూ, x -అక్షం ధన దిశలో $\frac{\pi}{6}$ కోణం చేస్తోంది. ఆ సరళ రేఖ $\sqrt{3}x - 4y + 8 = 0$ రేఖను P వద్ద ఖండిస్తూంటే, PQ దూరం కనుక్కోండి.

b) $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ మరియు $0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}$ అయితే $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ అని చూపండి.

1004

IPE MAY 2023



Total No. of Questions : 15

Total No. of Printed Pages : 7

Reg. No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

MATHEMATICS (Bridge Course) – I
Paper – I
(English Version)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

Note : Answer **ALL** the questions from Section – A and **THREE** questions from Section – B.

SECTION – A

(10×3=30)

Note : (i) Answer **ALL** the questions.
(ii) **Each** question carries **THREE** marks.

1. If $A = \{1, 2, 3, 4\}$ and $f : A \rightarrow B$ is defined by $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$ then find range of f .

2. Find the trace of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -1 & 2 \\ -\frac{1}{2} & 2 & 1 \end{bmatrix}$

3. Compute $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x + 2}{2x^2 - 5x + 1}$.

4. If $f(x) = \log(\sec x + \tan x)$, then find $f'(x)$.

5. Find the equation of the locus of a point which is at a distance 5 from $(-2, 3)$ in the XOY plane.

6. Find the distance between the parallel straight lines $3x + 4y - 3 = 0$ and $6x + 8y - 1 = 0$.

7. If $(3, 2, -1)$, $(4, 1, 1)$ and $(6, 2, 5)$ are three vertices and $(4, 2, 2)$ is the centroid of a tetrahedron, find the fourth vertex.

8. Find the value of $\sin 330^\circ \cos 120^\circ + \cos 210^\circ \sin 300^\circ$.

9. Show that $\cos 42^\circ + \cos 78^\circ + \cos 162^\circ = 0$.

10. If $\sin hx = 3$, prove that $x = \log_e (3 + \sqrt{10})$.

SECTION - B

(3×15=45)

- Note :** (i) Answer **ANY THREE** questions.
 (ii) **Each** question carries **FIFTEEN** marks.

11. i) a) Show that

$$\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ c+a & a+b & b+c \\ a+b & b+c & c+a \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} .$$

b) Find the vector equation of the plane passing through the points

$$\bar{i} - 2\bar{j} + 5\bar{k}, -5\bar{j} - \bar{k} \text{ and } -3\bar{i} + 5\bar{j}$$

OR

ii) a) Solve the following system of equations by Matrix Inversion method.

$$2x - y + 3z = 8, -x + 2y + z = 4, 3x + y - 4z = 0.$$

b) If $\bar{a} = 2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} + 2\bar{j} - 3\bar{k}$, and $\bar{c} = 3\bar{i} + P\bar{j} + 5\bar{k}$ are coplanar then find P.

12. i) a) Show that $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos ax - \cos bx}{x^2} & \text{if } x \neq 0 \\ \frac{1}{2}(b^2 - a^2) & \text{if } x = 0 \end{cases}$ where a and b are real constants,
 is continuous at 0.

b) Find the derivative of $\cos ax$ from the first principle.

OR

ii) a) If $y = \tan^{-1} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ ($|x| < 1$), then find $\frac{dy}{dx}$.

b) Find the slope of the normal to the curve $x = a \cos^3 \theta$, $y = a \sin^3 \theta$ at $\theta = \frac{\pi}{4}$.

13. i) a) If $Q(h, k)$ is the foot of the perpendicular from $P(x_1, y_1)$ on the straight line $ax + by + c = 0$ then prove that $\frac{h-x_1}{a} = \frac{k-y_1}{b} = \frac{-(ax_1 + by_1 + c)}{a^2 + b^2}$.

b) Find the value of P if the straight lines $3x + 7y - 1 = 0$ and $7x - Py + 3 = 0$ are mutually perpendicular.

OR

ii) a) Show that the equation $2x^2 - 13xy - 7y^2 + x + 23y - 6 = 0$ represents a pair of straight lines. Also find the angle between them and the coordinates of the point of intersection of the lines.

b) Show that the points $(1, 2, 3)$, $(2, 3, 1)$ and $(3, 1, 2)$ form an equilateral triangle.

14. i) a) Prove that $3(\sin\theta - \cos\theta)^4 + 6(\sin\theta + \cos\theta)^2 + 4(\sin^6\theta + \cos^6\theta) = 13$.

b) If $A + B + C = 180^\circ$, prove that $\sin A + \sin B - \sin C = 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$.

OR

ii) a) Prove that $\cos\theta \cos(60^\circ - \theta) \cos(60^\circ + \theta) = \frac{1}{4} \cos^3\theta$.

b) If $x = a \cos^3\theta$, $y = b \sin^3\theta$ then eliminate θ .

15. i) a) Find the volume of the tetrahedron having the edges $\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{i} - \bar{j}$ and $\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$.

b) Show that the curves $6x^2 - 5x + 2y = 0$ and $4x^2 + 8y^2 = 3$ touch each other at $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

OR

ii) a) Transform the equation $4x - 3y + 12 = 0$ into

a) slope-intercept form.

b) Intercept form.

c) Normal form.

b) If $\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{a + b}{a - b}$ then prove that $a \tan \beta = b \tan \alpha$.

1004

(Telugu Version)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

గమనిక : విభాగము - A నుండి అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయండి మరియు విభాగము - B నుండి మూడు ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయండి..

SECTION - A

(10×3=30)

సూచనలు : (i) అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు మూడు మార్కులు.

1. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ అయితే $f : A \rightarrow B$ ను $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$ గా నిర్వచిస్తే 'f' వ్యాప్తి కనుక్కోండి.

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -1 & 2 \\ -\frac{1}{2} & 2 & 1 \end{bmatrix}$ అయితే మాత్రిక A జాడ కనుక్కోండి.

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x + 2}{2x^2 - 5x + 1}$ ని గణించండి.

4. $f(x) = \log(\sec x + \tan x)$ అయితే $f'(x)$ ని కనుక్కోండి.

5. XOY తలంలో బిందువు (-2, 3) నుంచి దూరం 5 గా గల బిందువు పథ సమీకరణం కనుక్కోండి.

6. $3x + 4y - 3 = 0$, $6x + 8y - 1 = 0$ సమాంతర రేఖల మధ్య దూరం కనుక్కోండి.

7. (3, 2, -1), (4, 1, 1), (6, 2, 5) లు మూడు శీర్షాలుగా (4, 2, 2) కేంద్రభాసంగా గల చతుర్ముఖి నాలుగో శీర్షాన్ని కనుక్కోండి.

8. $\sin 330^\circ \cos 120^\circ + \cos 210^\circ \sin 300^\circ$ విలువ కనుక్కోండి.

9. $\cos 42^\circ + \cos 78^\circ + \cos 162^\circ = 0$ అని చూపండి.

10. $\sin hx = 3$, అయినప్పుడు $x = \log_e(3 + \sqrt{10})$ అని చూపండి.

SECTION - B

(3×15=45)

సూచనలు : (i) ఏవేని మూడు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు పదిహేను మార్కులు.

11. i) a) $\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ c+a & a+b & b+c \\ a+b & b+c & c+a \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$ అని చూపండి.

b) $\bar{i} - 2\bar{j} + 5\bar{k}$, $-5\bar{j} - \bar{k}$, $-3\bar{i} + 5\bar{j}$ బిందువుల గుండా పోయే తలం సదిశా సమీకరణం కనుక్కోండి.

లేదా

ii) a) మాత్రికా విలోమ పద్ధతినుపయోగించి ఈ క్రింది సమీకరణ వ్యవస్థని సాధించండి.

$$2x - y + 3z = 8, -x + 2y + z = 4, 3x + y - 4z = 0.$$

b) $\bar{a} = 2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} + 2\bar{j} - 3\bar{k}$, $\bar{c} = 3\bar{i} + P\bar{j} + 5\bar{k}$, సదిశలు సతలీయాలైతే P

విలువను కనుక్కోండి.

12. i) a) a, b లు వాస్తవ స్థిరాంకాలు అయితే ప్రమేయం $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos ax + \cos bx}{x^2}, & x \neq 0 \text{ అయితే} \\ \frac{1}{2}(b^2 - a^2), & x = 0 \text{ అయితే} \end{cases}$
0 వద్ద అవిచ్ఛిన్నం అని చూపండి.

b) ప్రాథమిక సూత్రం ఉపయోగించి $\cos ax$ అవకలజం కనుక్కోండి.

లేదా

- ii) a) $y = \tan^{-1} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ ($|x| < 1$) అయితే $\frac{dy}{dx}$ ని కనుక్కోండి.

b) $x = a \cos^3 \theta, y = a \sin^3 \theta$ వక్రానికి $\theta = \frac{\pi}{4}$ వద్ద అభిలంబరేఖ వాలు కనుక్కోండి.

13. i) a) $ax + by + c = 0$ రేఖకు $P(x_1, y_1)$ నుంచి లంబపాదం $Q(h, k)$ అయితే

$$\frac{h-x_1}{a} = \frac{k-y_1}{b} = \frac{-(ax_1 + by_1 + c)}{a^2 + b^2} \text{ అని స్థాపించండి.}$$

b) $3x + 7y - 1 = 0, 7x - Py + 3 = 0$ సరళరేఖలు లంబంగావుంటే P విలువని కనుక్కోండి

లేదా

- ii) a) $2x^2 - 13xy - 7y^2 + x + 23y - 6 = 0$ అనే సమీకరణం ఒక రేఖా యుగ్మాన్ని సూచిస్తుందని నిరూపించి వాటి మధ్య కోణాన్ని, వాటి ఖండన బిందువు నిరూపకాలు కనుక్కోండి.

b) $(1, 2, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2)$ బిందువులు ఒక సమబాహు త్రిభుజాన్ని ఏర్పరుస్తాయని చూపండి.

14. i) a) $3(\sin \theta - \cos \theta)^4 + 6(\sin \theta + \cos \theta)^2 + 4(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) = 13$ అని చూపండి.

b) $A + B + C = 180^\circ$, అయితే $\sin A + \sin B = \sin C = 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$

అని చూపండి.

లేదా

ii) a) $\cos \theta \cos (60^\circ - \theta) \cos (60^\circ + \theta) = \frac{1}{4} \cos^3 \theta$ అని చూపండి.

b) $x = a \cos^3 \theta, y = b \sin^3 \theta$ లో θ ను లోపింప చేయండి.

15. i) a) $\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}, \bar{i} - \bar{j}, \bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ సదిశలను అంచులుగా గల చతుర్ముఖి ఘనపరిమాణాన్ని కనుక్కోండి.

b) $6x^2 - 5x + 2y = 0, 4x^2 + 8y^2 = 3$ వక్రాలు $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ బిందువు వద్ద స్పృశించుకొంటాయని చూపండి.

లేదా

ii) a) $4x - 3y + 12 = 0$ సమీకరణాన్ని

a) వాలు-అంతరఖండరూపం.

b) అంతరఖండరూపం.

c) అభిలంబరూపంలోకి మార్చండి.

b) $\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{a + b}{a - b}$ అయితే $a \tan \beta = b \tan \alpha$ అని (చూపండి) నిరూపించండి.